



Quasar 95

Les Cadrans Solaires

Présentation février 2009

Sommaire

1.	Introduction.....	2
2.	Un peu d'histoire	2
3.	Fonctionnement du cadran solaire :	2
3.1	Généralités sur le cadran mural :	2
3.1.1	Quelle heure est-il ?	3
3.1.2	A quoi marche le cadran solaire.....	3
3.2	Un peu de technique :	3
3.2.1	Design du cadran solaire mural :.....	4
3.2.2	Modélisations simple du mouvement du Soleil (indépendante de l'année) :	5
3.2.3	Installation d'un cadran solaire sur un mur « mal orienté »	7
3.2.4	Le cadran solaire peut-il en dire plus ?	9
3.3	Le cadran solaire de berger :	9
3.4	La revanche de la montre :	10

1. Introduction

Le cadran solaire fut longtemps à la fois un instrument donnant l'heure et un élément de décoration des habitations ou des monuments publics. Si la première fonction a disparue, la seconde reste intacte comme en témoigne la belle collection de photos que le club a réunies en quelques années.

Dans ce qui suit, après quelques données historiques, on va présenter le cadran solaire avec ses aspects techniques liés aux mouvements diurne et annuel du Soleil. Au passage, on verra que si l'on introduit l'équation du temps (Voir l'exposé de Gil), c'est-à-dire la différence entre le *midi de la montre* et le *midi du Soleil*, le cadran solaire devient un instrument relativement précis, au moins les jours de beau temps. L'instrument ayant été utilisé depuis fort longtemps et par pratiquement toutes les sociétés, il a donné lieu à de nombreuses versions dérivées de l'idée originelle. Dans cet exposé, on ne décrira pas toutes les variantes mais seulement les deux principales dans la mesure où elles fonctionnent selon des principes assez différents.

Remarque importante : Pour simplifier l'exposé, on supposera que toute l'année, la montre donne l'heure GMT sans le décalage de 1 ou 2 heures. On supposera aussi qu'on se trouve dans l'hémisphère nord.

2. Un peu d'histoire

Bien qu'on ait retrouvé ici ou là des vestiges anciens de cadrans solaires, notamment en Egypte ce sont les Romains qui pour des raisons pratiques vont installer de très nombreux cadrans solaires sur les bâtiments. Les Grecs avaient aussi utilisé le gnomon pour étudier les mouvements du Soleil. On attribue à Anaximandre l'installation d'un premier cadran solaire à Sparte, mais les témoignages sont très indirects donc confus.

Chez nous, en occident, le moyen âge peu soucieux de précision se désintéresse de l'instrument. A la même période, les arabes utilisent couramment cet instrument. Il faudra attendre la renaissance pour voir reflourir les cadrans solaires sur les façades des grands édifices tels que les châteaux ou les églises. Curieusement, aux 17^{ème} et 18^{ème} siècles, alors que l'horlogerie prend son essor, on assiste à un renouveau d'intérêt pour le cadran solaire à tel point que l'on construit même des cadrans solaires portatifs (cadrans de berger).

Au 19^{ème} siècle, l'engouement se ralentit mais les instruments produits gagnent en précision en y incluant l'équation de temps. Aujourd'hui, ces instruments conservent leurs valeurs décoratives et sont toujours l'objet de passions.

3. Fonctionnement du cadran solaire :

Au niveau du principe, il existe (au moins) trois types de cadran solaire :

- Le cadran classique installé sur un mur orienté au sud
- Le cadran classique mais disposé à plat, on le trouve souvent dans un jardin public.
- Le cadran (dit de berger) qui est portable est n'exploite que la hauteur du Soleil connaissant la date.

Les deux premiers ayant un fonctionnement quasiment identique, on ne traitera en détail que le cadran mural.

3.1 Généralités sur le cadran mural :

Le principe de base du cadran solaire est bien connu : Sur un mur orienté au sud, on plante un bâton (appelé gnomon ou style) et l'ombre de ce bâton donne au cours de la journée l'heure ... Mais quelle heure ?

3.1.1 Quelle heure est-il ?

Si l'on veut affiner un peu le principe du cadran solaire, il faut se souvenir que le Soleil parcourt le ciel d'est en ouest et qu'il passe au méridien à une heure qu'on appelle '*Midi solaire vrai*' pour le lieu d'observation. Comme le Soleil revient sensiblement à la même position tous les 24 heures, on en déduit que 2 lieux de même latitude mais décalés de 15° ($15^\circ = 360^\circ/24$) en longitude observeront le '*midi solaire vrai*' avec une heure de décalage. La première conclusion importante qu'il faut tirer de ces considérations élémentaires est que le cadran solaire donne une heure *LOCALE*. Cette notion d'heure locale a aujourd'hui disparue de nos habitudes pour des raisons pratiques, remplacée par une heure « officielle » valable sur toute une zone horaire. On notera toutefois que pour des grands pays comme les USA, on est obligé d'utiliser jusqu'à 4 heures différentes (de *GMT -4* à l'est à *GMT-8* à l'ouest). La première zone du monde possédant un temps uniforme fut instauré par les chemins de fer britanniques en décembre 1847, à l'aide de chronomètres synchronisés et transportés à la main.

La seconde remarque importante s'applique au mouvement du Soleil qui n'est pas régulier. En effet, si on relève tous les jours –à l'aide d'une montre précise- l'heure de passage du Soleil au méridien. On constatera, outre un décalage constant lié à la longitude (8 minutes d'avance à 2° Longitude est), un décalage d'allure sinusoïdale dont l'amplitude peut atteindre ± 16 minutes. Ce décalage s'appelle *l'équation du temps*. Il est clair que l'ombre du gnomon sur un mur n'est par corrigé de ce décalage. Si l'on voulait obtenir une heure précise avec un cadran solaire, il faudrait apporter la correction de *l'équation du temps* en fonction de la date. On trouve sur certains grands cadrans de jardin public la courbe en 'S' qui permet pour une date fixée d'apporter la correction adéquate. On trouvera cette courbe en section 3.2.2.

3.1.2 A quoi marche le cadran solaire

Pour l'observateur terrestre, la position du Soleil est caractérisée par DEUX angles, une *hauteur* et un *azimut*. De ces 2 données on cherche à extraire UN paramètre qui est *l'heure locale*. A-t-on vraiment besoin de deux données ? Ou alors les utilise-t-on mal ? En fait, si l'on examine plus attentivement les choses, on constate que :

- Le cadran solaire donne *l'heure locale* toute l'année.
- Durant l'année, la hauteur du Soleil à midi varie de 47° ($2 \times 23.5^\circ$)

Une différence de 47° devrait à l'évidence produire des erreurs importantes. Or il n'en est rien... L'explication de ce paradoxe est qu'en fait, le cadran solaire n'utilise pas la hauteur du Soleil mais seulement son azimut. Pour cette raison, le cadran solaire mural est parfois appelé « cadran azimutal » On montrera plus loin que d'une part le cadran solaire mural donne un peu plus que l'heure et d'autre part qu'il existe un autre type de cadran solaire qui lui n'utilise que la hauteur du Soleil.

3.2 Un peu de technique :

Remarque préliminaire :

Dans cette section, il est fait usage de notions mathématiques, notamment de calculs vectoriels qui permettent de simplifier les notations et les raisonnements. Le lecteur non familier avec ces notions pourra trouver des explications dans l'exposé sur les mathématiques. D'une façon générale, les vecteurs sont notés soit en gras (**V**) soit avec une flèche (\vec{V}) ou un chapeau (\hat{v}) pour les vecteurs unitaires.

Supposons que nous voulions installer un cadran solaire sur le mur d'une maison. La première chose à faire est de choisir un mur orienté au sud. En pratique, on construit d'abord la maison et ensuite seulement le cadran solaire. Autrement dit, la direction du mur choisi peut différer de la direction sud d'un angle non négligeable dont il faudra tenir compte dans le design du cadran solaire.

La seconde question à se poser est l'orientation du gnomon. La question est double puisqu'il faut choisir à la fois l'orientation du plan vertical qui le contient mais aussi son inclinaison. Dans un premier temps, supposons le mur orienté au sud ainsi que le plan vertical du gnomon. Ensuite, plaçons-nous à midi solaire. Si L est la latitude du lieu, au cours de l'année, le Soleil à midi semble se balancer entre les hauteurs ($90^\circ - L - 23^\circ$) vers fin décembre et ($90^\circ - L + 23^\circ$) vers fin juin. Pour qu'il ait une ombre de longueur non négligeable, le Soleil doit dominer largement le gnomon, même

l'hiver. Prenons le cas de la latitude de Paris, 49° . En hiver, le Soleil culmine donc à 18° au dessus de l'horizon. Si on appelle β l'angle du gnomon par rapport au plan horizontal et compté positivement vers le bas, la longueur de l'ombre à midi sera en appelant 'd' la longueur du gnomon (qu'on prendra de 1 mètre dans la suite) :

$$l_{\text{hiver}} = d \cdot (\sin\beta + \sin 18^\circ)$$

Pour $\beta=0^\circ$ (gnomon horizontal), on aurait une ombre de 31 cm, ce qui est trop petit. Pour $\beta=30^\circ$, l'ombre mesure cette fois 80 cm ce qui est plus en rapport avec la taille du cercle de graduations associées.

3.2.1 Design du cadran solaire mural :

Le schéma ci-contre représente un mur (en gris) sur lequel est planté un gnomon OG. Le rayon solaire passant par G impacte le mur au point S. L'ombre du gnomon est donc le segment OS. Pour calculer la position de cet ombre, on a besoin des directions suivantes :

- n : la normale au mur
- σ : la direction du Soleil au temps 't'
- γ : la direction du gnomon.

Le calcul de la direction OS est élémentaire dès lors qu'on connaît les 3 vecteurs unitaires (n, σ, γ). De ces 3 vecteurs, seule la direction du Soleil donne lieu à un véritable calcul qui doit être relativement élémentaire compte tenu de la précision recherchée.

Pour cela, on écrit le vecteur OS sous la forme :

$$OS = OG + GS$$

Le vecteur OG est égal à $d \cdot \gamma$

Le vecteur GS est proportionnel au vecteur unitaire σ . On peut donc écrire, la longueur X étant provisoirement inconnu :

$$GS = X \cdot \sigma$$

Il reste à écrire que OS est perpendiculaire à la normale n au mur, donc que le produit scalaire $n \cdot OS = 0$

On en déduit l'équation en X :

$$0 = d \cdot \gamma n + X(n \cdot \sigma)$$

Soit encore $X = -d \cdot \gamma n / (n \cdot \sigma)$

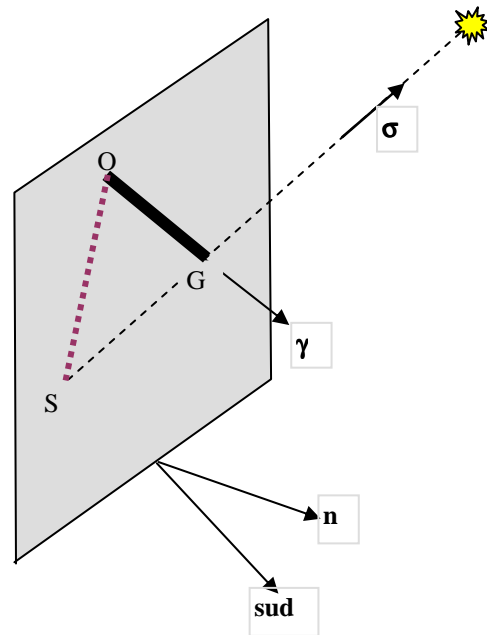
Connaissant X donc GS et OS , on sait donc positionner l'ombre de l'extrémité du gnomon dès qu'on connaît la direction σ du Soleil.

$$OS = d \cdot \left[\hat{\gamma} - \hat{\sigma} \cdot \frac{\hat{\gamma} \cdot \hat{n}}{\hat{\sigma} \cdot \hat{n}} \right] \quad (1.)$$

Ce vecteur OS est calculé dans le repère local [s, e, z] (sud, est, zénith) et doit ensuite être exprimé dans le repère du mur soit [n, b, z]. Le vecteur unitaire b complète le trièdre du mur et le vecteur z est commun. Dans ce trièdre, les 3 coordonnées de OS seront :

$$X_n = 0, Y_b = b \cdot OS \text{ et } Z_z = z \cdot OS$$

La direction du Soleil peut être relevée expérimentalement au cours d'une année ou calculée. En pratique, σ est un vecteur dont il faut mesurer ou calculer les 3 coordonnées. On propose dans ce qui suit un modèle très simple de la trajectoire du Soleil, c'est-à-dire un calcul donnant à chaque instant au cours d'une année l'azimut et la hauteur du Soleil.



3.2.2 Modélisations simple du mouvement du Soleil (indépendante de l'année) :

Le modèle proposé ici est très simple puisqu'indépendant de l'année, mais suffisant pour notre application. Il utilise comme donnée d'entrée les coordonnées géographiques du lieu et le numéro N_j du jour de l'année, compté de 1 à 365. En pratique, N_j se lit sur les agendas ou se calcule approximativement par la formule

$$N_j = Q + 30.3 * (M - 1),$$

où M est le numéro du mois et Q le quantième du mois. Le calcul comporte 3 étapes :

- Calcul des coordonnées équatoriales ($H(T)$, δ) du Soleil ($H(T)$ =angle horaire, δ =déclinaison)
- Calcul ses coordonnées horizontales (h , A) en fonction de ($H(T)$, δ)
- Calcul des 3 coordonnées de la direction σ du Soleil à partir des (h , A).

Etape 1 :

De façon très simple, l'angle horaire du Soleil varie de 15° par heure est s'annule à midi. Appelons T l'heure en TU, on a donc, pour un observateur placé sur le méridien origine, $H_{\text{green}}(T) = 15^\circ \cdot (T - 12)$. Et pour un méridien quelconque de longitude (est) G_E :

$$H(T) = 15^\circ \cdot (T - 12) - G_E \quad (2.)$$

Si l'on inverse cette formule simple, on obtient l'heure solaire locale :

$$T = 12 + [H(T) + G_E] / 15$$

Cette heure obtenue simplement serait exacte si l'orbite de la Terre était circulaire si l'axe des pôles n'était pas incliné de 23.5° ... Pour corriger la formule (2.), on introduit un petit terme correctif E_t appelé « équation du temps ».

$$H(T) = 15^\circ \cdot (T - E_t - 12) - G_E \quad (3.)$$

E_t est définie (en France)¹ comme *le temps* qu'il faut ajouter au *temps solaire local* pour avoir le *temps solaire moyen local* (celui de la montre corrigé de $G_E/15$)

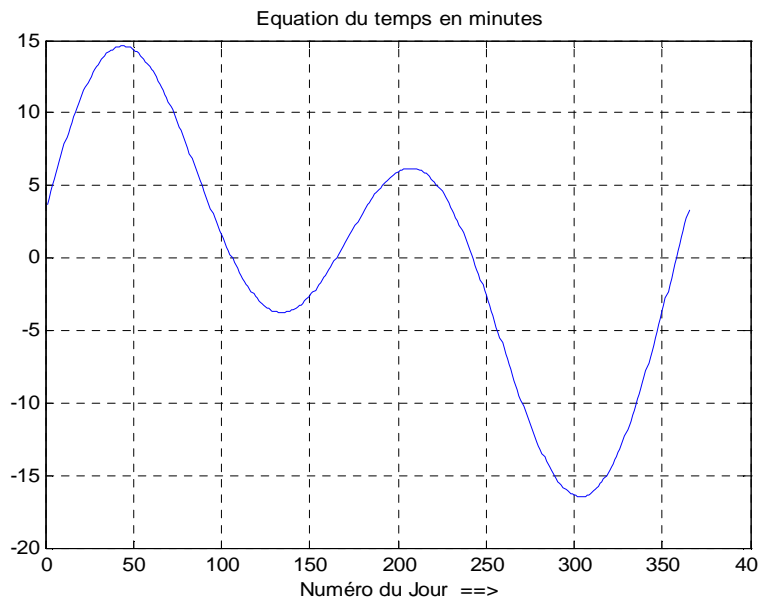
Les anglo-saxons utilisent la convention de signe inverse.

Pour calculer E_t en minutes, on peut utiliser la formule approchée suivante :

$$E_t = 7.68 * \cos(\mu - 11.3^\circ) - 9.87 * \sin(2 * \mu)$$

μ varie comme la longitude moyenne du Soleil :

$$\mu = 0.986^\circ * (N_j - 81)$$



Il reste à calculer la *déclinaison approchée* qui présente une allure encore plus proche d'un sinus. Une formule simple est obtenue en écrivant que δ est compris entre -23.5° et $+23.5^\circ$, et varie de façon périodique en fonction de la longitude moyenne μ du soleil. Une formule empirique assez précise est la suivante :

$$\delta = -23.5^\circ * \cos(0.986 * N_j + 10^\circ) \quad (4.)$$

¹ Chez les Anglo-Saxons, c'est la convention inverse... Attention aux formules.

Etape 2 :

Connaissant les coordonnées équatoriales ($H(T)$, δ) du Soleil, on en déduit les coordonnées horizontales. Pour cela, on utilise les 3 formules de trigonométrie sphérique que l'on trouve dans tous les bons manuels d'astronomie ou de navigation :

Soit L la latitude du lieu. La hauteur ' h ' du Soleil est donné par son sinus. L'azimut A se calcule sans ambiguïté à partir des $\sin A$ et $\cos A$:

$$\sin(h) = \sin L \cdot \sin \delta + \cos L \cdot \cos \delta \cdot \cos H(T) \quad (5.a)$$

$$\sin A = \sin H(T) \cdot \cos \delta \cdot \cos(h) \quad (5.b)$$

$$\cos A = [-\cos L \cdot \sin \delta + \sin L \cdot \cos \delta \cdot \cos H(T)] / \cos(h) \quad (5.c)$$

Etape 3

Il faut maintenant calculer les 3 coordonnées de la direction σ du Soleil à partir des angles (h , A). Le calcul est élémentaire, on trouve pour les 3 coordonnées (σ_s , σ_e , σ_z) suivant le sud, l'est et le zénith.

- $\sigma_s = \cos(h) \cdot \cos(A)$
- $\sigma_e = -\cos(h) \cdot \sin(A)$
- $\sigma_z = \sin(h)$

Soit encore en utilisant les formules (5.) et sans faire de calculs, on obtient les (σ_s , σ_e , σ_z) en fonction de $H(T)$, L et δ :

- $\sigma_s = \sin L \cdot \cos \delta \cdot \cos H(T) - \cos L \cdot \sin \delta$
- $\sigma_e = -\cos \delta \cdot \sin H(T)$
- $\sigma_z = \cos L \cdot \cos \delta \cdot \cos H(T) + \sin L \cdot \sin \delta$

On a ainsi les 3 coordonnées de la direction du Soleil dans un repère $[\mathbf{s} \ \mathbf{e} \ \mathbf{z}] = [\text{Sud} \ \text{Est} \ \text{Zénith}]$

Dessin du Cadran Solaire :

Pour dessiner le cadran solaire sur un mur, il reste à faire le calcul du vecteur **OS** pour des heures allant de 6 H à 18 H puis à tracer l'emplacement des heures sur le mur ou sur tout autre support.

On donne dans le tableau suivant les angles des graduations correspondant aux heures allant de 6 H à 18 H, pour un mur orienté parfaitement au sud et un angle du gnomon de 40° vers le bas.

Direction de l'ombre (Pour Lat. 49° N, Long.=0°). Gnomon à -40°													
Angles Théoriques des Graduations, heures par heures													
Heures =>	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
Janvier	rien	rien	-59	-43	-28	-14	-2	11	24	38	54	rien	rien
Février	rien	rien	-60	-43	-28	-15	-3	9	22	36	51	69	rien
Mars	rien	-74	-56	-40	-26	-14	-2	10	22	36	51	69	rien
Avril	rien	-69.0	-52	-37	-23	-11	0	11	24	37	52	69	rien
Mai	rien	rien	-49	-35	-22	-10	1	12	24	37	51	rien	rien
Juin	rien	rien	-50	-35	-23	-11	0	11	22	35	50	rien	rien
Juillet	rien	rien	-52	-37	-24	-12	-1	10	21	34	48	rien	rien
Août	rien	-70	-53	-37	-24	-12	-1	10	22	35	50	67	rien
Septembre	rien	-69	-52	-36	-23	-11	1	13	25	39	55	72	rien
Octobre	rien	-68	-51	-35	-22	-9	3	15	28	43	59	rien	rien
Novembre	rien	rien	-52	-36	-22	-9	3	16	29	44	61	rien	rien
Décembre	rien	rien	-56	-40	-25	-12	1	14	27	42	rien	rien	rien
Angles Moyens:		-70.0	-53.2	-37.7	-24.1	-11.8	-0.1	11.6	24.0	37.6	53.0	69.2	

Pour s'accorder avec l'usage, on a appelé les heures de l'après-midi 1H, 2H, ...

La mention « rien » aux premières ou dernières heures de la journée, signifie qu'il n'y a pas d'ombre,

- soit parce que le soleil est sous l'horizon (en hiver),
- soit parce que le cadran est éclairé par l'arrière (en été).

Dans la mesure où les angles des graduations varient légèrement au cours de l'année, il convient, pour chaque heure de faire la moyenne des angles sur les 12 mois de l'année (**chiffres en rouge**). Ce sont les valeurs des angles en rouge qui seront utilisés pour la réalisation du cadran.

Remarque sur la précision.

Pour un cadran de 50 cm de rayon, on peut admettre que le gnomon à un diamètre de 1 cm, ce qui donne une ombre qui n'est jamais inférieure à 1 cm. Cette « largeur du trait » qu'on peut assimiler à la précision de lecture est donc au mieux de 1.15°. Il est donc largement suffisant d'avoir une précision de réalisation de l'ordre du degré.

3.2.3 Installation d'un cadran solaire sur un mur « mal orienté »

Supposons que la direction du mur diffère de celle du sud d'un angle non négligeable, disons de 10 à 30° pour fixer les idées. Il se pose alors une double question :

- Comment orienter le gnomon
- Comment orienter et dessiner les graduations

Orientation du gnomon :

Avant tout calcul, on se fixe un objectif clair ;

L'ombre du gnomon doit être verticale à midi local.

Si l'on reprend la formule (1.) donnant la position de l'ombre, cette formule peut s'écrire

$$\mathbf{OS} = \frac{d}{\hat{\sigma} \cdot \hat{n}} [\hat{\gamma} \cdot (\hat{\sigma} \cdot \hat{n}) - \hat{\sigma} \cdot (\hat{\gamma} \cdot \hat{n})]$$

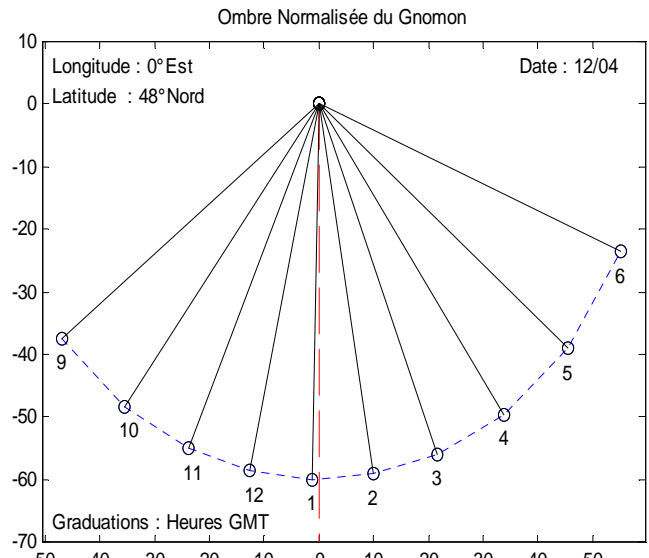
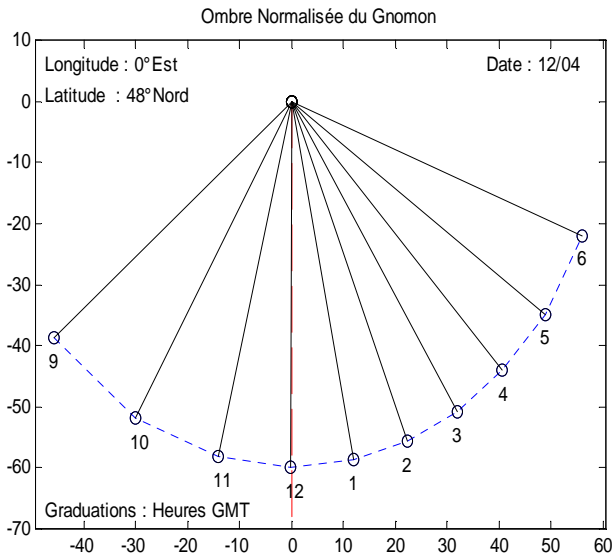
Le terme hors du crochet est un scalaire qui contrôle la longueur de l'ombre alors que le terme entre crochets est un vecteur donnant la direction de l'ombre. On reconnaît dans ce terme un double produit vectoriel et on peut écrire :

$$\mathbf{OS} = \frac{d}{\hat{\sigma} \cdot \hat{n}} [\hat{n} \wedge (\hat{\gamma} \wedge \hat{\sigma})] \tag{6.}$$

Pour que ce vecteur **OS** soit parallèle à la verticale, il faut que le vecteur $\hat{\gamma} \wedge \hat{\sigma}$ soit orienté vers l'est (vecteur \hat{e}). A midi, la direction du Soleil est dans le plan du méridien contenant les vecteurs \hat{s} et \hat{z} . Autrement dit, il faut que le vecteur $\hat{\gamma}$ s'exprime aussi sur ces composantes, donc sans composantes suivant \hat{e} , c'est à dire qu'il doit rester dans le plan du *méridien sud*, exactement comme pour un cadran parfaitement orienté au sud.

On peut arriver à la même conclusion en remarquant que si l'ombre et le Soleil sont dans le plan du méridien, il doit en être de même du gnomon.

La formule (6) ci-dessus contient tous les cas de figure et il suffira de l'appliquer lorsque le mur et le gnomon ne sont pas correctement orientés. Dans tous les cas, le cadran solaire donnera l'heure locale. Pour une longitude très différente de celle correspondant au fuseau horaire, on pourra indiquer la correction (constante) sur le cadran.



On donne ci-dessus l'exemple d'un cadran solaire orienté avec un azimut de 25°. Sur le cadran de gauche, le gnomon est orienté plein sud. Il en résulte que le midi solaire est bien vertical. Dans le cadran de droite, on a orienté le gnomon à 25° (plan perpendiculaire au mur). Il en résulte un décalage de pratiquement une heure.

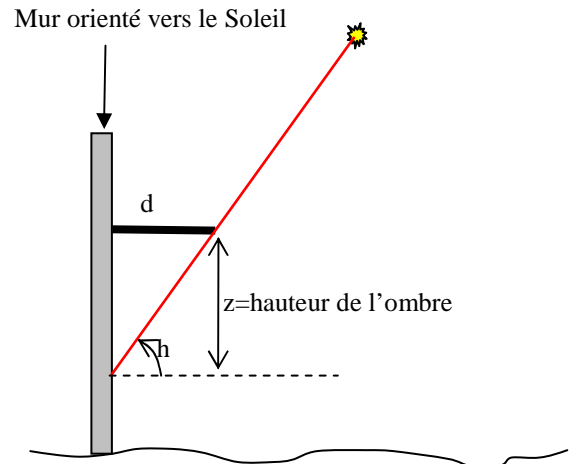
Par ailleurs, on note que dans les deux configurations, le cadran fournit plus d'heures le soir que le matin.

3.2.4 Le cadran solaire peut-il en dire plus ?

Jusqu'à présent, on a exploité l'angle entre l'ombre du gnomon et la verticale. En fait, l'ombre contient une autre information, sa longueur. Intuitivement, on sait que les ombres seront plus courtes en hiver qu'en été. Le calcul confirme cette observation et permet de tracer des en plus des heures des courbes de longueurs d'ombre mois par mois qui donnent une date approximative. Ces courbes figurent sur certains cadrans muraux.

3.3 Le cadran solaire de berger :

Le *cadran de berger* exploite la hauteur du Soleil connaissant la date du jour. Pour en comprendre le fonctionnement, imaginons sur un plan vertical (tel un panneau monté sur roulettes) un gnomon perpendiculaire à ce plan. Soit A l'azimut du soleil. Orientons le plan dans la direction d'azimut A . Cette direction s'identifie simplement car l'ombre du gnomon sur le plan est parfaitement verticale pour l'orientation correcte. Si h est la hauteur du Soleil et d la longueur du gnomon, la longueur z de l'ombre est simplement $z=d.tg(h)$. Pour avoir la longueur de l'ombre, reprenons la formule (5.a) donnant le sinus de la hauteur. Dans cette formule, si la latitude L est fixée, la déclinaison δ ne dépend plus que du jour (N_j) on peut donc réécrire ce couple de formules sous la forme :

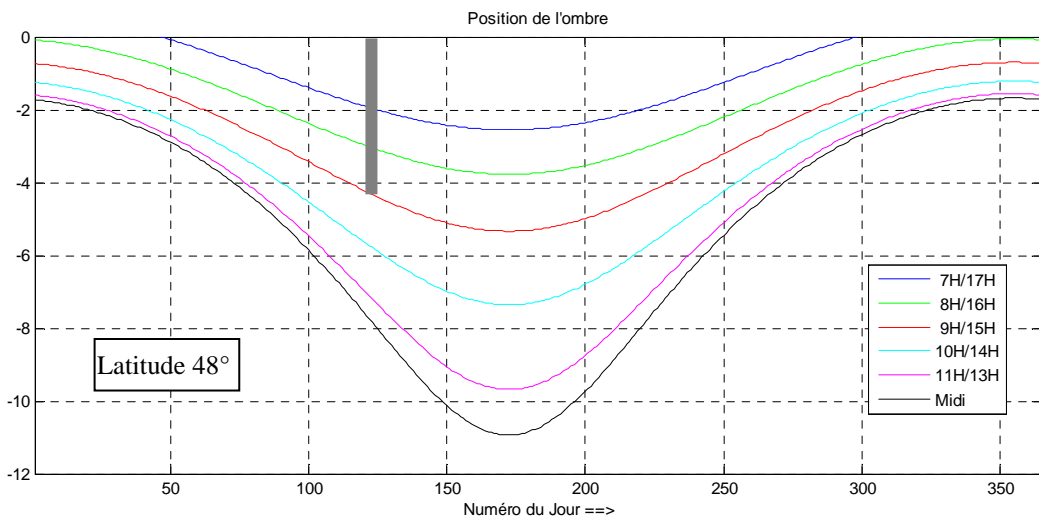


$$tg(h) = z/d \tag{7.}$$

$$\text{et } \sin(h) = \sin L \cdot \sin \delta(N_j) + \cos L \cdot \cos \delta(N_j) \cdot \cos H(T)$$

Autrement dit, pour un jour fixé, la longueur z de l'ombre est fonction de $\cos H(T)$. Il y a donc pour chaque jour une relation simple entre la longueur z et $H(T)$, donc T . Sous nos latitudes ($\approx 45^\circ$), la hauteur maximale du Soleil est de l'ordre de 69° , il faut donc prévoir des longueurs d'ombres de l'ordre de 2,7 fois la longueur du gnomon. Pour un gnomon de 5 cm, il faudra prévoir un écran de 13 cm de hauteur.

La figure ci-dessous est une illustration du calcul pour la latitude 48° .



La courbe noire représente la longueur de l'ombre à midi. Les autres courbes ont un double usage. Ainsi, pour les heures 13 à 17, on reprend les courbes dans l'ordre inverse. Pour utiliser un tel dispositif, il faut déplacer le gnomon à la verticale du numéro du jour, ce qui est peu commode. Sur la figure, on lit 9H ou 15H le 125^{ème} jour de l'année, c'est-à-dire vers le 4 mai.

En pratique, On place la feuille sur un cylindre et on fixe le gnomon en haut du cylindre et pivotant autour de l'axe du cylindre, ce qui permet de le placer aisément à la verticale d'un jour quelconque. On sait qu'on est exactement dans la direction du Soleil lorsque l'ombre du gnomon est verticale. Par commodité, on remplacera les numéros des jours par de vraies dates.

3.4 La revanche de la montre :

Puisque le Soleil donne l'heure, on pourrait être tenté de jeter sa montre (à aiguilles) aux orties... N'en faites rien, car votre montre sait mieux que vous où est le SUD !

Un calcul élémentaire montre assez facilement qu'au cours de l'année, l'angle horaire du Soleil n'est jamais bien éloigné de son azimut, au moins sous nos latitudes. Si l'on néglige l'équation du temps, l'angle horaire augmente du Soleil de 15° par heure ; il est donc donné en fonction du temps solaire local T par :

$$A_H(T) = 15*(T-12).$$

Sur une montre, la petite aiguille parcourt 180° (de 12H à 18H) en 6 heures, soit 30° par heure. La petite aiguille va donc 2 fois plus vite que le Soleil. Ajoutons par la pensée une seconde « petite aiguille », fictive, qui va 2 fois moins vite que la vraie, c'est à dire à la vitesse du Soleil. La position de cette aiguille est facile à déterminer, elle est sur la bissectrice de l'angle formé par la direction de midi et la vraie petite aiguille. Comme cette aiguille fictive suit le soleil, si nous la dirigeons vers le soleil, alors le « 12 » de la montre indiquera le sud. Malin !

Bien entendu, on retranchera 1 ou 2 heures à sa montre avant de faire cette opération.

