

Disseny i construcció de Relotges de Sol

Josep Masalles Román

Introducció

El moviment dels astres va ser utilitzat des de l'antiguitat per a la mesura del pas del temps. La fixació de la setmana, els mesos, les estacions i els anys està íntimament lligada als cicles observats en el moviment de la Lluna, les estrelles i el Sol. L'observació sistemàtica de les periodicitats d'aquests moviments va permetre establir les divisions i classificacions del temps.

Va ser una idea genial utilitzar la variació al llarg del dia de l'ombra projectada per un pal al incidir la llum del Sol per mesurar així el transcurs del temps des de l'orto fins l'ocàs. A un curós estudi de l'ombra projectada pel pal en el terra al llarg del dia i en el transcurs d'un any es deu la construcció dels primers rellotges de Sol. Els sumeris, els caldeos i, posteriorment, els egipcis ja els van construir i utilitzar.

Pretenem seguidament proporcionar unes orientacions bàsiques sobre els tipus de rellotges de Sol més habituals i la manera de construir-los. Primerament, exposarem alguns aspectes generals i posteriorment el disseny dels diferents tipus de quadrants. Sempre ens referirem a rellotges situats en el nostre hemisferi boreal.

Tipus de quadrants solars

Els rellotges de Sol estan constituïts bàsicament per un estilet (anomenat també gnòmon), que és l'element que produeix l'ombra, i pel quadrant on aquesta es projecta.

L'estilet ha de col·locar-se sempre paral·lel a l'eix del món (Sud - Nord). L'orientació del quadrant pot variar i, segons sigui aquesta, els rellotges responen a quatre diferents tipus fonamentals:

- 1) *Equatorial*: El pla del quadrant és paral·lel a l'Equador, formant, per tant, un angle igual a la colatitud (angle complementari a la latitud) del lloc amb el pla horitzontal. La busca (gnòmon) es col·loca perpendicularment a aquest pla i, d'aquesta manera, paral·lela a l'eix terrestre (figures 3 i 4).

- 2) *Horitzontal*: El pla és paral·lel a l'horitzó. El gnòmon forma amb aquest pla un angle igual a la latitud, és dir, col·locat en direcció Sud-Nord (figures 6 i 7).
- 3) *Vertical orientat*: El pla és perpendicular a l'horitzó i està situat en la direcció Est - Oest, és a dir, vertical i encarat exactament al Sud. L'estilet forma un angle igual a la colatitud amb el pla vertical i, per tant, orientat Sud - Nord (figures 11 i 12).
- 4) *Vertical declinant*: El pla és vertical també, però orientat obliquament a la direcció Est-Oest. L'estilet manté la direcció Sud- Nord, paral·lel a l'eix terrestre, com en els casos anteriors (figura 17).

Línies horàries i línies zodiacals

Existeixen dues variacions de l'ombra sobre el quadrant

- a) canvi d'orientació en relació a una línia fixa (la meridiana), corresponent al moviment diürn.
- b) canvi de la longitud de l'ombra, depenent de l'època de l'any, degut a la variació de la declinació del sol.

Aquestes dues variacions queden reflectides en el quadrant mitjançant les línies horàries i les línies zodiacals, respectivament.

Les línies horàries indiquen l'evolució diürna del Sol. En 24 hores el Sol recorre 360° sobre l'esfera celeste, pel que en un hora es desplaça 15° sobre una circumferència que representi el seu moviment.

La línia corresponent al migdia coincidirà amb la direcció de la meridiana en els quadrants equatorial i horitzontal. La separació angular entre les línies horàries dependrà de la latitud del lloc d'ubicació i del tipus de quadrant, com veurem més endavant.

Les línies zodiacals marquen el recorregut de l'extrem de l'ombra al llarg d'un dia. Cada dia el Sol projecta una ombra de longitud diferent en funció de la seva declinació. Es solen representar les línies corresponents als dotze signes del Zodíac d'on prenen el nom.

A la taula 1 es detallen les declinacions del Sol corresponents al seu pas per les dotze constel·lacions zodiacals.

Símbol	Línia zodiacal	Declinació	Data aproximada
♈	Aries	$\delta = 0^\circ$	21 març
♉	Taurus	$\delta = 11.5^\circ$	21 abril
♊	Gemini	$\delta = 20^\circ$	21 maig
♋	Cancer	$\delta = 23.5^\circ$	21 juny
♌	Leo	$\delta = 20^\circ$	21 juliol
♍	Virgo	$\delta = 11.5^\circ$	21 agost
♎	Libra	$\delta = 0^\circ$	21 setembre
♏	Scorpius	$\delta = -11.5^\circ$	21 octubre
♐	Sagittarius	$\delta = -20^\circ$	21 novembre
♑	Capricornius	$\delta = -23.5^\circ$	21 desembre
♒	Aquarius	$\delta = -20^\circ$	21 gener
♓	Pisces	$\delta = -11.5^\circ$	21 febrer

Taula 1. Declinacions aproximades del Sol per a cada mes, al començament de cada període zodiacal

Per últim, és important destacar que les línies horàries ens assenyalen temps solar vertader del lloc i no temps solar mig. La diferència entre ambdues varia en el transcurs de l'any i ve donada per l'equació del temps ($H_v - H_m$). La variació màxima del rellotge respecte el temps solar mig serà d'un quart d'hora aproximadament. A més a més, és necessari considerar la longitud geogràfica del lloc on s'ubica el rellotge, així com els convenis en relació a la diferència entre temps universal i oficial per obtenir aquest últim.

Determinació de la meridiana i de la latitud del lloc

En primer lloc, per la construcció del quadrant és necessari conèixer amb exactitud la direcció Nord-Sud (meridiana) i la latitud del lloc on disposarem el rellotge.

Un mètode molt senzill per la determinació de la meridiana és col·locar un pal vertical sobre una superfície horitzontal, traçant circumferències concèntriques al voltant d'ell, com indica la figura 1. Observant dos passos consecutius de l'ombra per la mateixa circumferència i traçant la bisectriu d'aquestes direccions, obtindrem la meridiana que coincideix amb l'ombra corresponent al migdia.

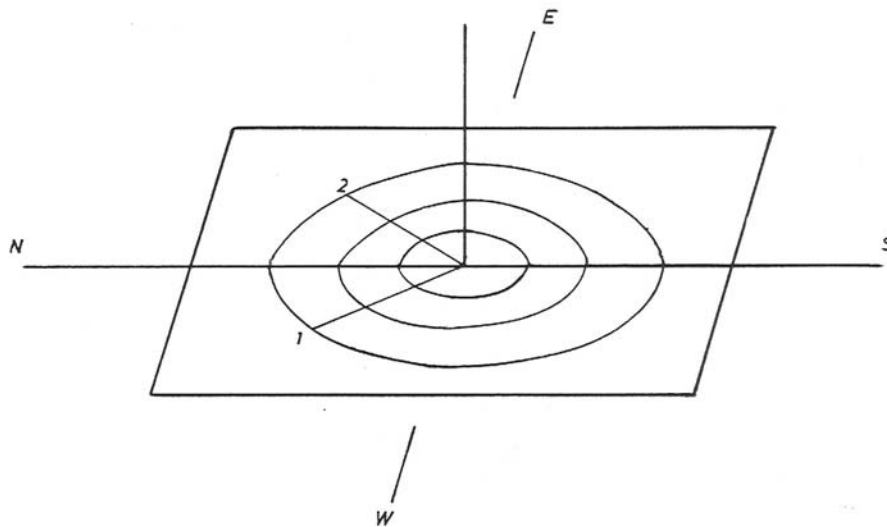


Fig.1 Determinació de la meridiana

Aquesta direcció, a més a més, coincideix amb l'ombra de menor longitud projectada al llarg del dia, la qual cosa ens ofereix un altre mètode per la seva determinació.

La manera més còmoda de determinar la latitud del lloc és mitjançant un mapa detallat de l'Institut cartogràfic o mitjançant un GPS. Si no se'n disposa, pot determinar-se de la següent manera:

Un cop coneguda la direcció de la meridiana, es fixa un pal sobre el pla horitzontal i es mesura l'ombra projectada pel Sol sobre la meridiana (fig.2)

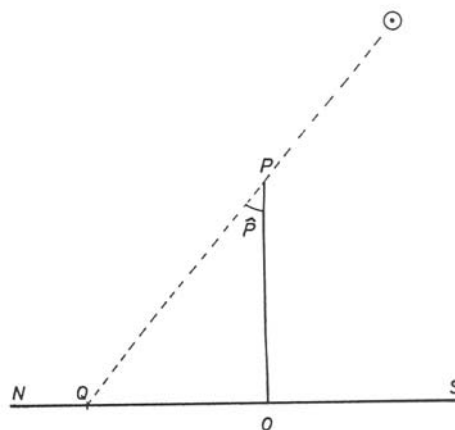


Fig.2 Determinació de la latitud

Dibuixant a escala en un paper les mides del pal OP i de l'ombra OQ, l'angle P indica la latitud del lloc, si aquesta operació és realitzada en un dels dos equinoccis (latitud = $L = P$), ja que en aquest dies el Sol és a l'equador i té

declinació nul·la com indicava la taula 1. Si es realitza qualsevol altre dia, caldrà sumar o restar l'angle corresponent a la declinació del Sol en aquest moment. A la primavera i l'estiu el Sol és per damunt de l'equador celest (declinació positiva) i obtindrem un angle P menor que la latitud, pel que corregirem sumant la declinació del Sol ($\text{latitud} = L = P + \delta$). A la tardor i l'hivern el Sol és per sota de l'equador celest (declinació negativa) i, per tant, haurem de corregir l'angle P obtingut, restant la declinació del Sol d'aquell dia en valor absolut ($\text{latitud} = L = P - |\delta|$).

Quadrant equatorial

En aquest tipus de rellotge hem de col·locar el pla del quadrant paral·lel a l'equador i el gnòmon perpendicularment a aquest pla. D'aquesta manera, el quadrant forma amb el pla horitzontal un angle igual a la colatitud del lloc (angle complementari a la latitud) i la busca o gnòmon un angle igual a la latitud com indica la figura 3. L'extrem inferior del quadrant ha d'apuntar al Nord.

El Sol, en el seu camí aparent d'Est a Oest recorre paral·lels, és a dir, circumferències paral·leles a l'equador i perpendiculars a l'eix terrestre, 360° cada 24 hores. Per tant recorre $15^\circ/\text{hora}$, dibuixant circumferències sobre aquest pla d'Oest a Est. L'ombra corresponent a les 12 del migdia apunta al Nord.

Aquesta variació angular regular és deguda a que el Sol manté la seva alçada sobre el pla equatorial, o sigui que manté la seva declinació al llarg de tot el dia, girant, per tant, al voltant de l'eix del món (i de l'estilet) i paral·lelament al quadrant.

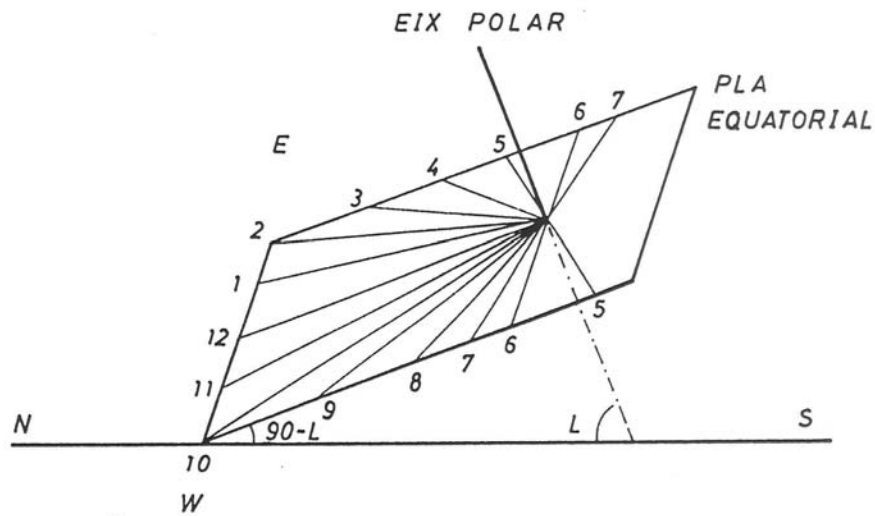


Fig.3 Quadrant equatorial

Per dibuixar les línies horàries cal traçar-les radialment separades 15° des del punt on col·loquem el gnòmon i de manera que la línia de les 12 estigui alineada amb el meridià i apuntant al Nord. (fig5).

Per a les nostres latituds és suficient marcar les línies corresponents a les 5 del matí i a les 7 de la tarda ja que les hores d'insolació són menors al llarg de la pràctica totalitat de l'any.

A la figura 4 es pot observar que per a declinacions positives del Sol (Primavera - estiu), l'ombra es projecta a la cara superior del quadrant. En canvi per a declinacions negatives (tardor - hivern), l'ombra del Sol es formarà a la cara inferior. Per tant, cal disposar de la mateixa manera les línies horàries en ambdues cares del quadrant.

Per aquest tipus de rellotge, les línies zodiacals són circumferències centrades en el punt on col·loquem l'estilet i de radi $r = l \cdot \cotan D$ on l representa la longitud de l'estilet i D la declinació del Sol del dia corresponent (taula 1).

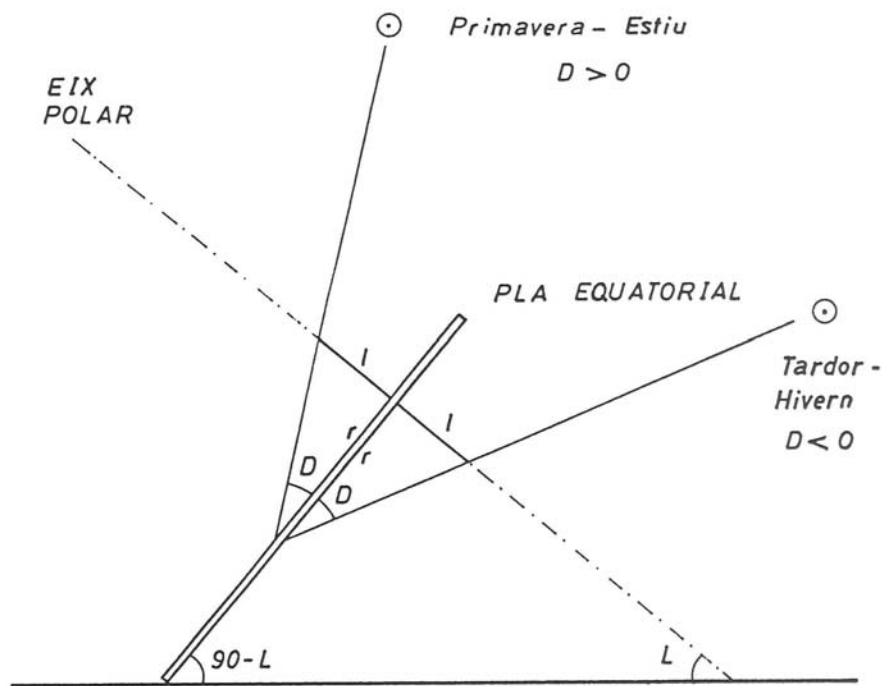


Fig.4 Quadrant equatorial

L'evolució circular de l'ombra al llarg d'un dia i el valor del radi poden deduir-se fàcilment de la figura 4, recordant que l'angle D serà constant al llarg del dia.

Les ombres més curtes corresponen als solsticis d'estiu i hivern, allargant-se a mesura que ens apropem als equinoccis. Just en aquests dies, $D=0^\circ$, el Sol es situa sobre l'Equador, paral·lelament al quadrant i, per tant, projecta un ombra indefinidament llarga.

En el quadrant de la figura 5 només s'han dibuixat tres circumferències, corresponents a Càncer i a les parelles Taurus-Virgo i Gemini-Leo que tenen la mateixa declinació (veure taula 1). Les corresponents als equinoccis, Aries i Libra, no podem dibuixar-les ja que corresponen als moments que el Sol és paral·lel al quadrant.

De la mateixa manera que per a les línies horàries, hem de dibuixar les línies zodiacals corresponents a la tardor-hivern a la cara inferior del quadrant. Donada la simetria de les seves declinacions, els radis seran exactament els mateixos que els de la cara superior, si hem col·locat un estilet de la mateixa longitud que l'utilitzat a la part superior. Així, dibuixarem altres

tres línies zodiacals corresponents a Capricornius i a les parelles Sagittarius-Aquarius i Scòpius-Pisces.

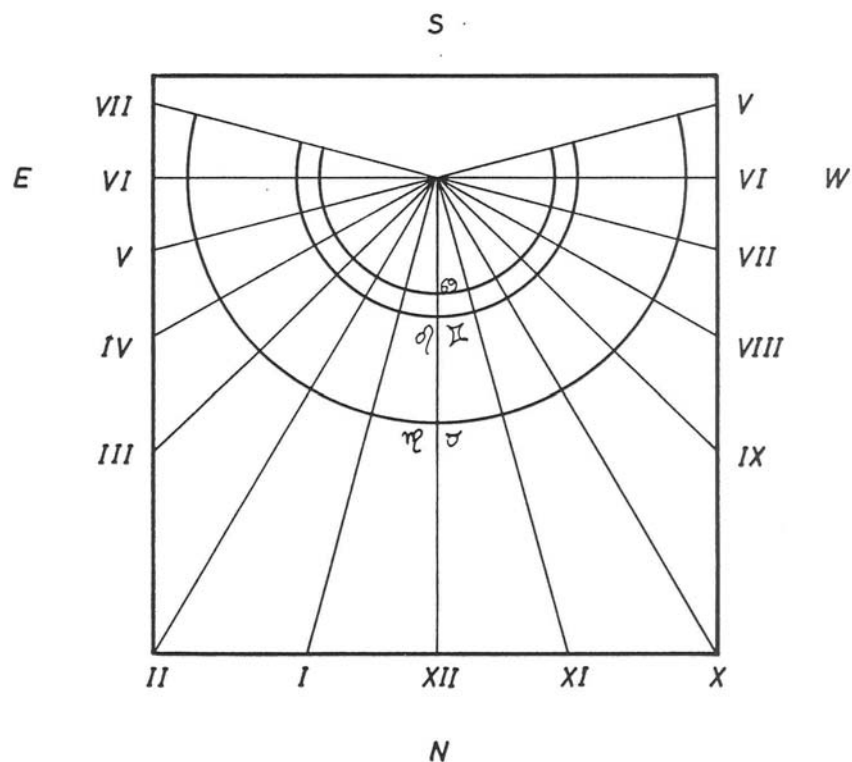


Fig.5 Línies horàries i zodiacals en el quadrant equatorial

A les fotografies següents es mostren unes maquetes de fusta d'un quadrant equatorial.

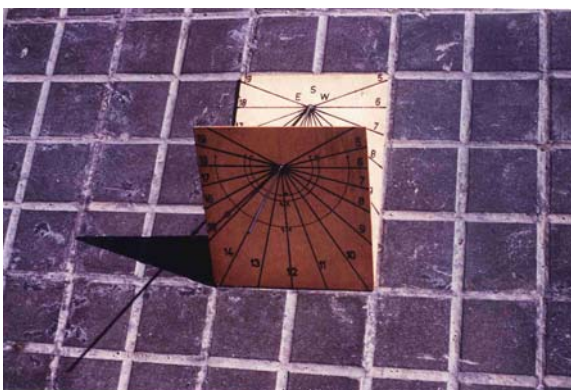


Foto 1. Quadrant equatorial muntat sobre un horitzontal

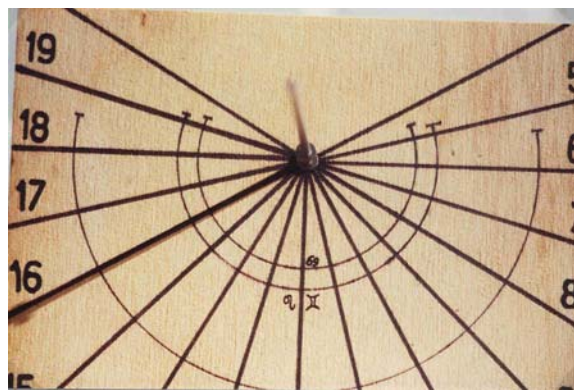


Foto 2. Detall del quadrant equatorial

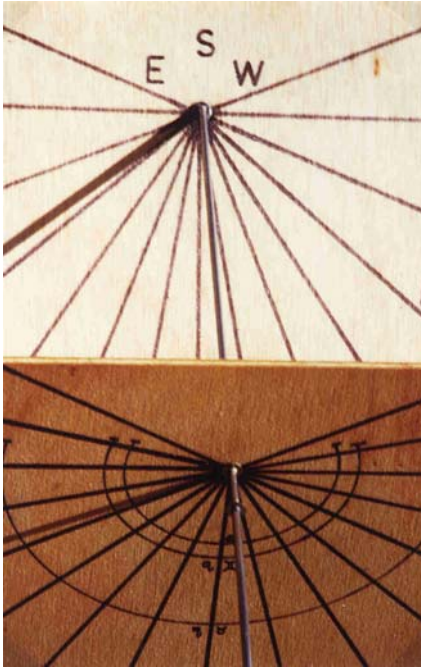


Foto 3. Detall del quadrant equatorial sobre un horitzontal



Foto 4. Detall del quadrant equatorial

Quadrant horitzontal

En aquest tipus de rellotge, hem de col·locar el quadrant sobre un pla horitzontal; l'estilet forma amb aquest pla un angle igual a la latitud del lloc d'ubicació. S'orienta de tal manera que l'extrem inferior de l'estilet quedi cap el Sud. (figura 6)

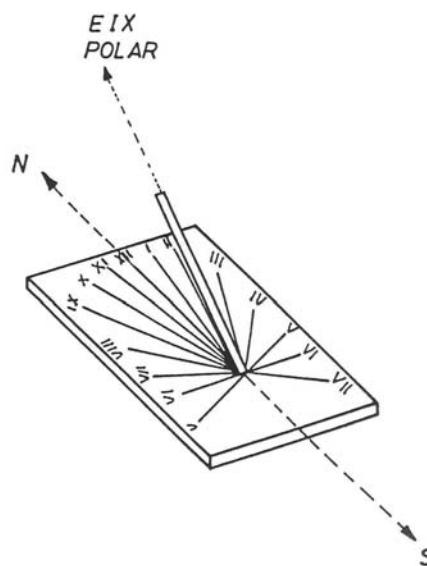


Fig.6 Disposició del quadrant horitzontal

Per el traçat de les línies horàries, disposarem la línia de les 12 coincident amb la meridiana. A partir d'ella podem calcular la resta (figura 7). L'ombra corresponent al pla horitzontal OC és la projecció sobre aquest pla de la línia BC corresponent a la mateixa hora sobre el quadrant equatorial.

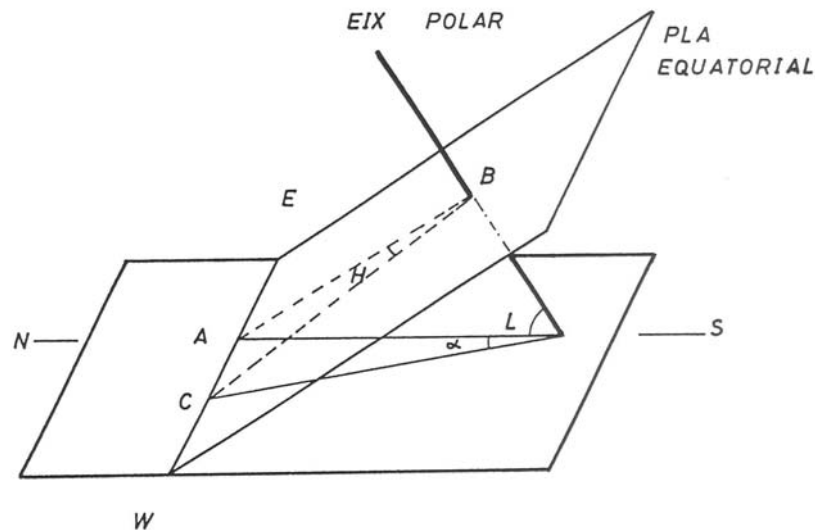


Fig.7 Traçat de les línies horàries al quadrant horitzontal

De la figura 7 podem deduir $\tan \alpha = OC / OA = (AB \cdot \tan H) / OA$, i com $AB/OA = \sin L$, es dedueix que $\tan \alpha = \sin L \cdot \tan H$.

Així podem calcular els angles de separació entre les línies horàries i la meridiana sobre el pla horitzontal. Només cal substituir L per la latitud del lloc i anar variant l'angle H (angle corresponent al moviment horari sobre el pla equatorial) de 15° en 15° . Naturalment existeix simetria entre el recorregut de l'ombra abans i després del migdia.

Per una latitud de 41.5° el resultat queda reflectit a la figura 8.

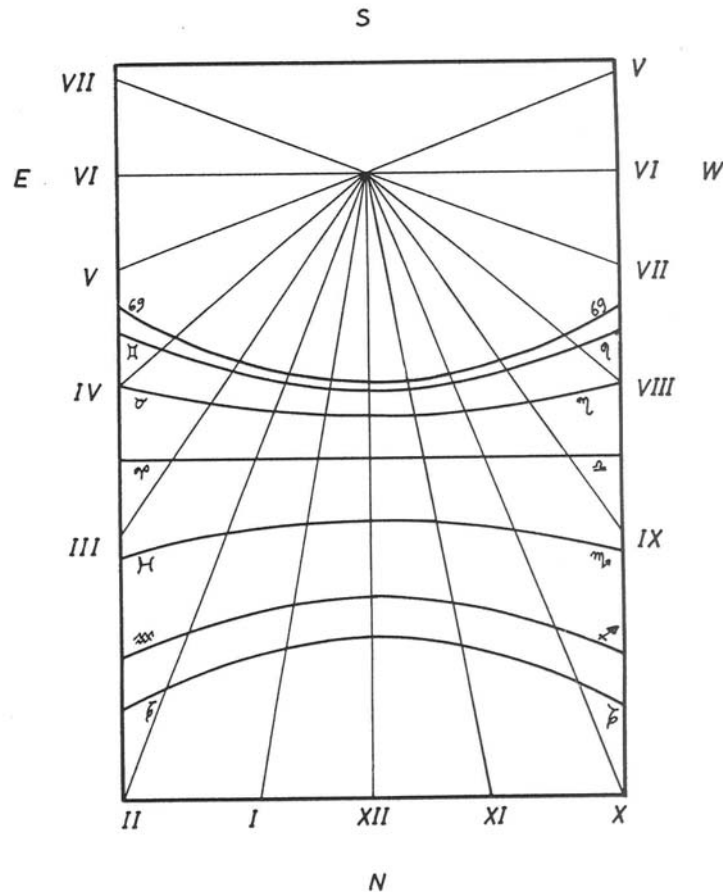


Fig. 8 Línies horàries i zodiacals al quadrant horitzontal

L'ombra recorre les línies horàries en sentit de les agulles del rellotge de Oest a Est, com en el cas equatorial, però en canvi la separació angular entre les línies horàries no és constant com en aquell cas.

També poden traçar-se gràficament les línies horàries, situant un quadrant equatorial amb les seves línies de 15° en 15° sobre el pla horitzontal, separat un angle igual a la colatitud i unint el final de les línies del equatorial sobre la recta E-W amb el vèrtex O sobre l'horitzontal. D'aquesta manera, obtenim la projecció d'aquelles sobre aquest pla. Aquesta operació representada a la figura 7 amb una línia pot repetir-se amb totes les demés. A la foto 4 també es pot veure aquest procés.

Les línies zodiacals no descriuen circumferències, sinó hipèrboles que depenen de la declinació del dia considerat. La manera d'obtenir aquestes hipèrboles queda reflectida a les figures 9 i 10 i es realitza punt a punt. Així, per exemple, en un dia determinat i en un moment donat, l'ombra projectada té el seu extrem a C (figura 9). Per situar aquest punt C sobre el pla horitzontal podem utilitzar les seves coordenades cartesianes OM i MC.

$$OM = l \cdot \cos L + l' \cdot \cos \beta$$

$$MC = l' \cdot \sin \beta$$

On l és la longitud de l'estilet, L la latitud del lloc i l' i β poden obtenir-se mitjançant càlculs trigonomètrics no massa complexos, però una mica laboriosos de la següent manera:

$$l' = l \cdot \sin L / \tan h$$

$$\beta = \alpha + \arcsin (l \cdot \cos L \cdot \sin \alpha / l')$$

Per obtenir l'altura " h " del Sol sobre l'horitzó es necessita trigonometria esfèrica i l'expressió corresponent és

$$\sin h = \sin L \cdot \sin D + \cos L \cdot \cos D \cdot \cos H$$

L'angle α és l'obtingut anteriorment per les línies horàries i H el corresponent a les línies equatorials. D és la declinació.

Amb les equacions paramètriques (OM i MC) obtenim la posició del punt C final de l'ombra per a cada hora i per a cada declinació del Sol. Unint aquests punts tindrem la línia zodiacal corresponent a una declinació donada. Repetint el procés per a cada declinació, obtindrem les 7 línies que es representen a la figura 8. Evidentment hi ha línies zodiacals coincidents, ja que també són coincidents les seves declinacions (taula 1).

Per als equinoccis (Aries-Libra) la línia zodiacal és una recta perpendicular a la meridiana; per tant, marca la direcció E-W. Per al solstici d'estiu, quan la declinació és màxima, l'ombra serà la més curta. Inversament, pel solstici d'hivern (declinació mínima) la longitud de l'ombra serà la major de totes (fig. 8 i 10).

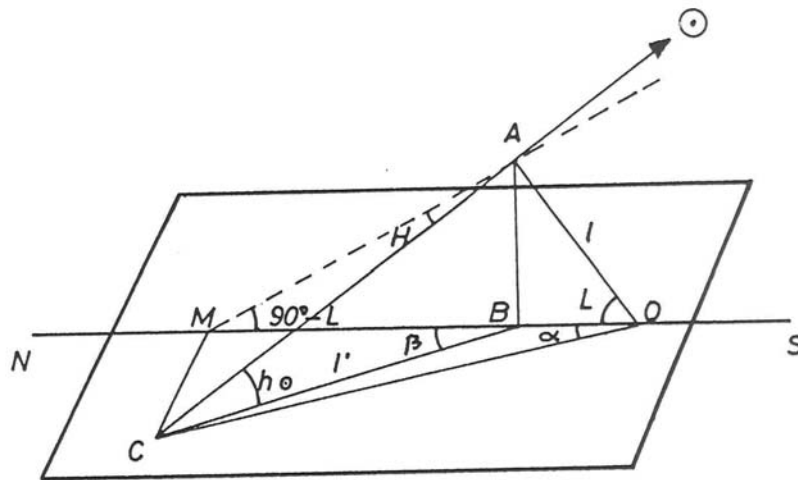


Fig.9 Determinació de les línies zodiacals

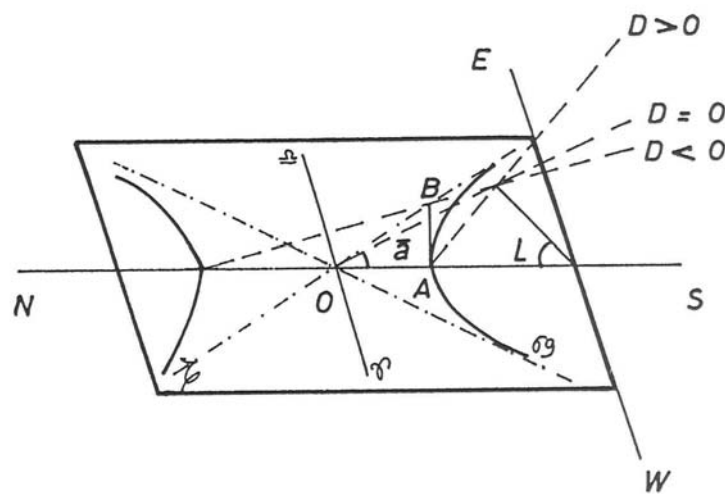


Fig.10 Línies zodiacals pel quadrant horitzontal

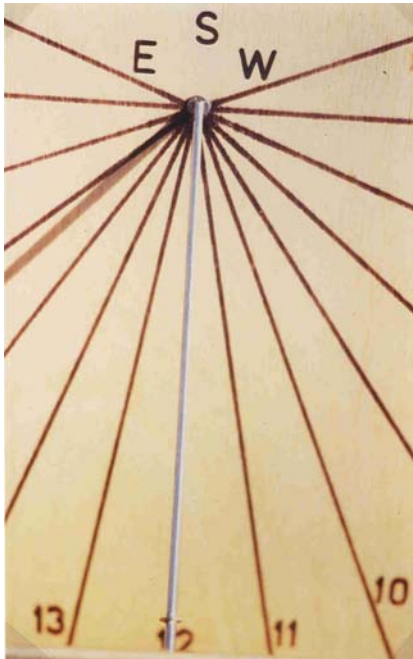


Foto 5. Orientació del quadrant horitzontal



Foto 6. Quadrant horitzontal



Foto 7. Detall de la maqueta del quadrant horitzontal



Foto 8. Rel·lotge horitzontal a l'IES Escola Industrial de Sabadell (Juny 1987)

Quadrant vertical orientat

En aquest tipus de rellotge, el quadrant està situat en un pla vertical orientat en la direcció Est-Oest, és a dir, encarat exactament cap el Sud. L'estilet forma amb el pla vertical un angle igual a la colatitud en direcció Sud-Nord i, d'aquesta manera, és paral·lel a l'eix de rotació terrestre (figura 11)

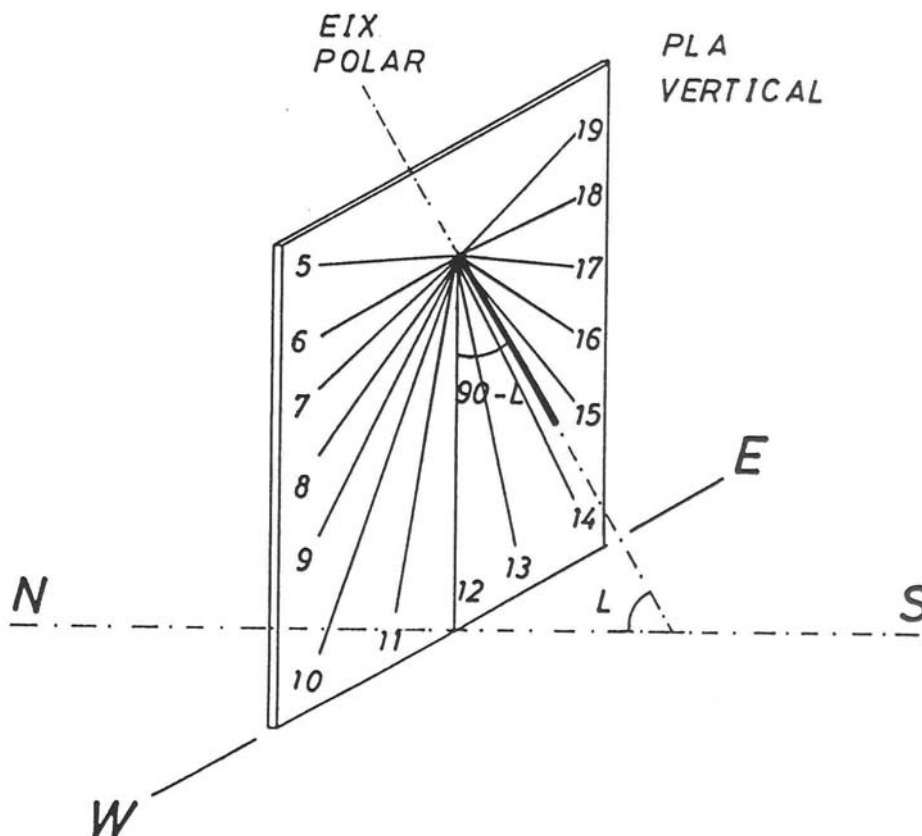


Fig.11 Quadrant vertical orientat

Per traçar les línies horàries, disposarem la corresponent a les 12 hores verticalment des del punt de tall de l'estilet amb el pla. A partir d'aquesta línia anirem traçant la resta de manera anàloga a la del quadrant horitzontal (figura 12).

L'ombra corresponent a una hora sobre el pla vertical OC, és la projecció sobre aquest pla de la línia BC que correspon a la mateixa sobre el quadrant equatorial.

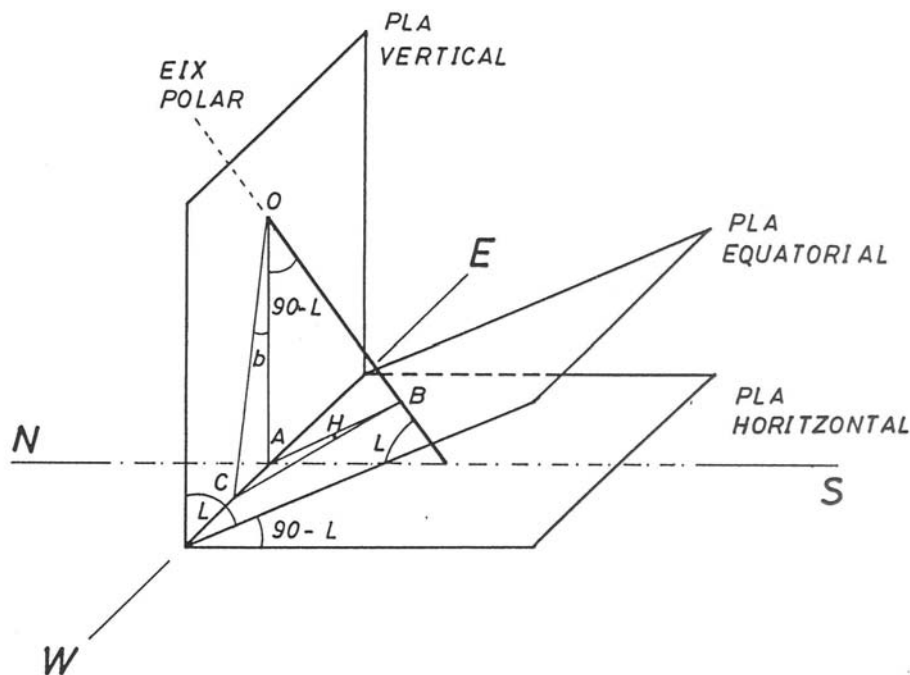


Fig.12 Traçat de les línies horàries en el quadrant vertical orientat

Del triangle OAC observem que $\tan b = AC / AO$. Per altra banda, del triangle CAB, podem obtenir $AC = AB \cdot \tan H$, i per últim, del OBA, també triangle rectangle com els anteriors, obtenim $AB/AO = \sin (90-L) = \cos L$

Per tant, $\tan b = AC / AO = AB \cdot \tan H / AO = \cos L \cdot \tan H$

Tenim que la separació angular b de les línies horàries en relació a la vertical (migdia) depèn de la latitud L i de l'angle horari H corresponent a la variació de l'ombra sobre el pla equatorial i que cal recordar que a cada hora li correspon un angle H de 15° .

Substituint L per la latitud i variant l'angle H de 15° en 15° des de -105° fins a 105° obtindrem els angles b corresponents a totes les línies horàries del quadrant vertical orientat des de les 5 del matí fins a les 7 de la tarda.

També pot realitzar-se la construcció gràficament. Situem un quadrant equatorial auxiliar, amb les seves línies horàries de 15° en 15° formant un angle igual a la colatitud amb el pla vertical i unim el final de les línies horàries equatorials sobre la recta E-W amb el punt O sobre el pla vertical, obtenint, així, la projecció d'aquelles sobre aquest pla. Aquesta construcció gràfica queda reflectida a la figura 12 per a una línia i només cal repetir el procés anàlogament per les demés.

Naturalment, en aquest quadrant, com en l'equatorial i l'horitzontal, existeix simetria entre les ombres projectades abans i després del migdia. En canvi, al contrari que en els altres, l'ombra recorre el pla vertical en el sentit contrari a les agulles del rellotge mecànic (figures 11 i 13) Per una latitud de $41,5^\circ$ el resultat és el de la figura 13.

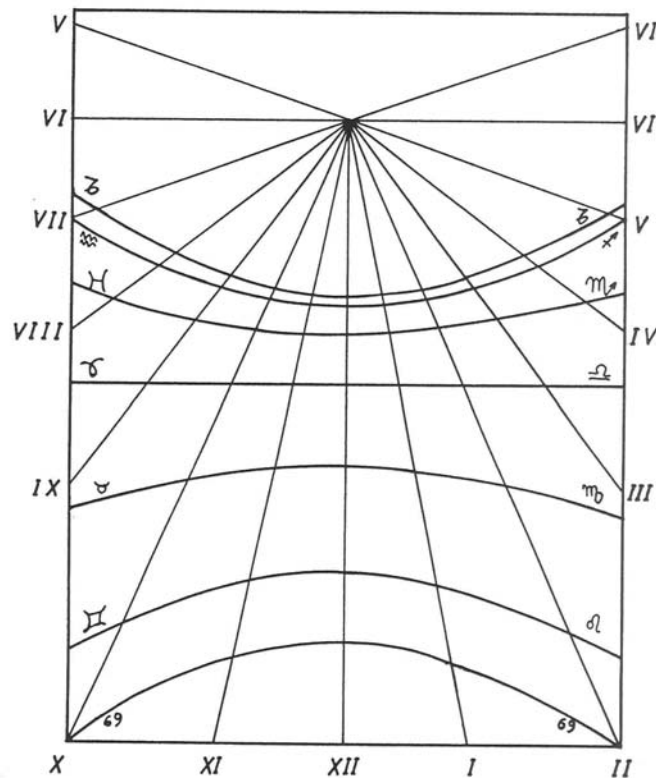


Fig.13 Línies horàries i zodiacals en el quadrant vertical orientat

Un cop dibuixades les línies horàries, passem a traçar les zodiacals. En aquest cas, com en l'horitzontal, són hipèrboles amb una excentricitat que depèn de la declinació del Sol del dia considerat.

La forma de determinar les hipèrboles pot apreciar-se a la figura 14 i es realitza punt per punt, de la mateixa manera que hem vist per l'horitzontal.

El punt C representa l'extrem de l'ombra OC projectada per l'estilet OA , de longitud l en un dia i una hora que el Sol és a una altura h sobre l'horitzó. Per situar aquest punt sobre el quadrant, utilitzem les seves coordenades cartesianes OM i MC des del punt O . El pla auxiliar horitzontal està dibuixat a l'alçada de l'extrem A de l'estilet.

Del triangle OMC deduïm que $MC = OM \cdot \tan b$, on b és l'angle OBA. I en ell tenim $OB = OA \cdot \sin L = l \cdot \sin L$

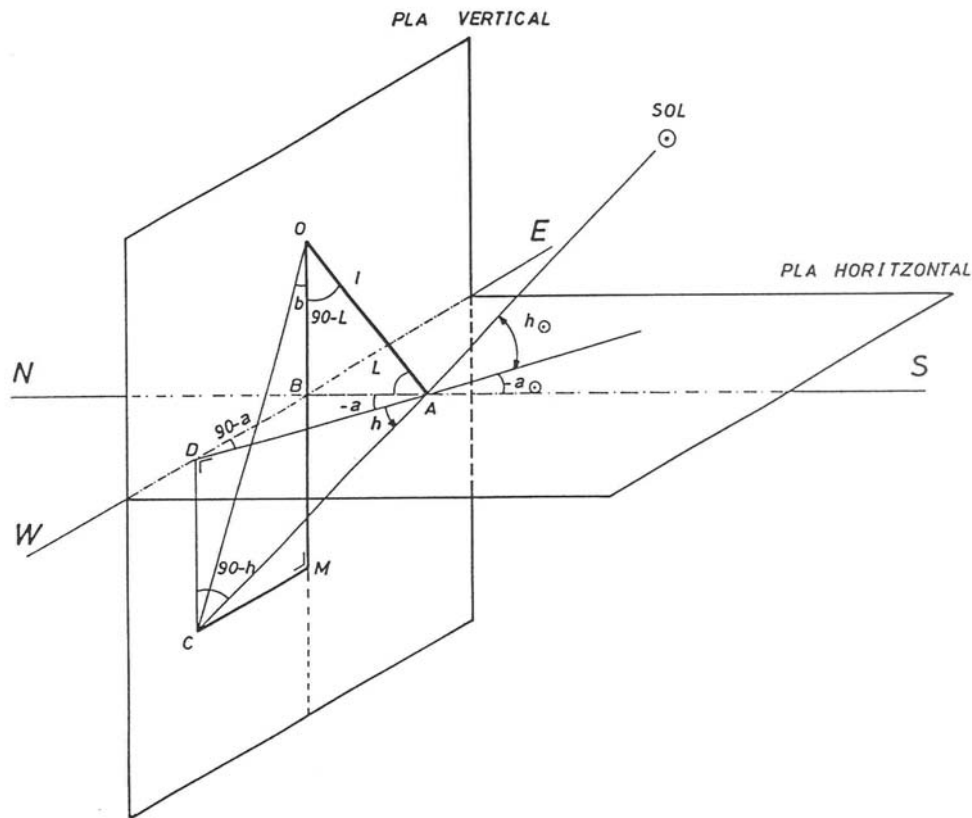


Fig.14 Determinació de les línies zodiacals en el quadrat vertical orientat

Per altra banda, $BM = DC$. En el triangle CDA veiem que $DC = DA \cdot \tan h$ i en el triangle DBA obtenim $DA = AB / \cos a = l \cdot \cos L / \cos a$

Les coordenades de l'extrem de l'ombra C són OM i MC

$$OM = OB + BM = l \cdot \sin L + l \cdot \cos L \cdot \tan h / \cos a$$

$$MC = OM \cdot \tan b$$

Per obtenir h (altura del Sol sobre l'horitzó) i a (azimut del Sol) es necessiten els següents càlculs de trigonometria esfèrica:

$$\sin h = \sin L \cdot \sin D + \cos L \cdot \cos D \cdot \cos H$$

$$\tan a = (\cos D \cdot \sin H) / (\sin L \cdot \cos D \cdot \cos H - \cos L \cdot \sin D)$$

Coneixent la latitud del lloc L, la declinació del Sol D pel dia considerat (taula 1) i l'angle H (corresponent a una determinada hora) podem calcular l'altura h i azimut a del Sol i, amb ells, les coordenades OM i MC de l'extrem de l'ombra C per un dia i una hora determinats.

Variant de nou l'angle H de 15° en 15° , mantenint constant la declinació del Sol D , obtindrem els punts extrems de l'ombra per a cada hora en un dia determinat. Unint aquests punts tindrem la línia zodiacal corresponent al dia considerat.

Repetint el procés per cada declinació del Sol (taula 1) obtindrem les línies zodiacals que es representen en la figura 13 per una latitud de $41,5^\circ$.

Com en el rellotge horitzontal, en aquest tipus de quadrant hi ha línies zodiacals coincidents que corresponen a iguals declinacions. Així mateix, la línia corresponent als equinoccis (Aries-Libra) és perpendicular a la línia de les 12 hores i marca la direcció E-W.

En aquest quadrant les ombres curtes corresponen al solstici d'hivern, quan menor és la declinació solar i la més llarga al solstici d'estiu quan el Sol assoleix la major declinació (figura 15).

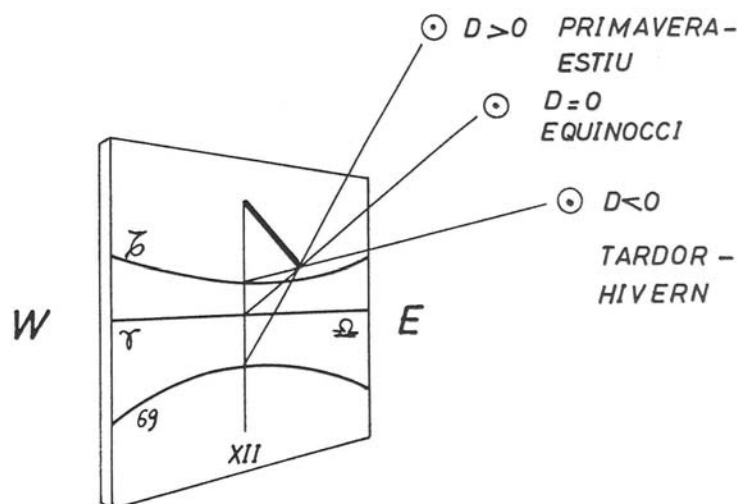


Fig.15 Línies zodiacals en el quadrant vertical orientat en els solsticis i en l'equinocci

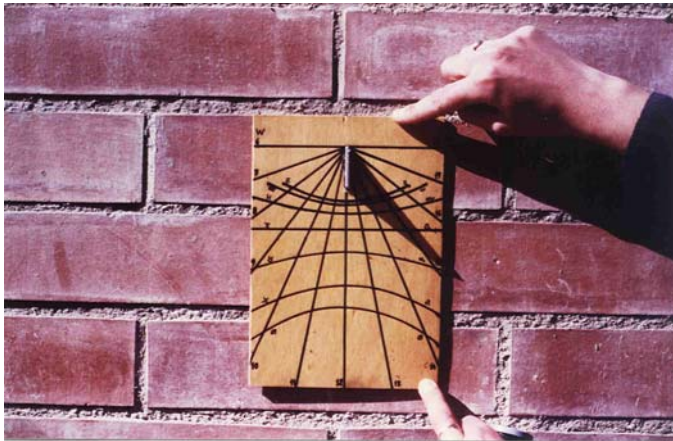


Foto 9. Quadrant vertical orientat



Foto 10. Detall del quadrant vertical

Quadrant vertical declinant

En aquest tipus de rellotge el quadrant està situat en un pla vertical però orientat en sentit oblic a la línia Est-Oest. L'estilet es col·loca, com en els casos anteriors, paral·lel a l'eix de rotació terrestre.

El seu disseny és bastant més complicat que el dels quadrants orientats, ja que en el declinant no existeix la simetria respecte a la línia horària del migdia que tenen els demés. Tanmateix, el seu estudi és important ja que és estrany trobar edificis amb una paret orientada exactament cap el Sud.

Si la paret està massa declinada cap el sud-est o cap al sud-oest, servirà per poques hores d'insolació. Convé, per tant, per un major aprofitament del rellotge, que la paret estigui lo més encarada cap el migdia que sigui possible.

En primer lloc, necessitem conèixer exactament l'orientació de la paret i, per tant, hem de determinar el seu azimuth, és a dir l'angle que forma la base del pla de la paret amb la línia Sud-Nord. Hem de traçar la meridiana com hem descrit anteriorment i mesurar l'angle que forma amb la paret. L'azimut és mesura des del punt Sud de l'horitzó cap a l'oest.

A la figura 16 es presenta un altre mètode per determinar l'azimut de la paret: Es col·loca un semicercle graduat perpendicular a la paret i es penja des del punt O un fil amb una plomada, de tal manera que formi amb la

vertical el mateix angle que ha de formar l'estilet, la colatitud. Quan el Sol passa pel meridià, desplaçem el fil sobre el semicercle de manera que l'ombra quedi projectada verticalment (OP). Aquesta ombra correspon a la línia horària de les 12 hores. L'angle a_p mesurat des del Sud cap l'oest és l'azimut de la paret. La posició del fil en aquest moment és la que haurà de tenir l'estilet.

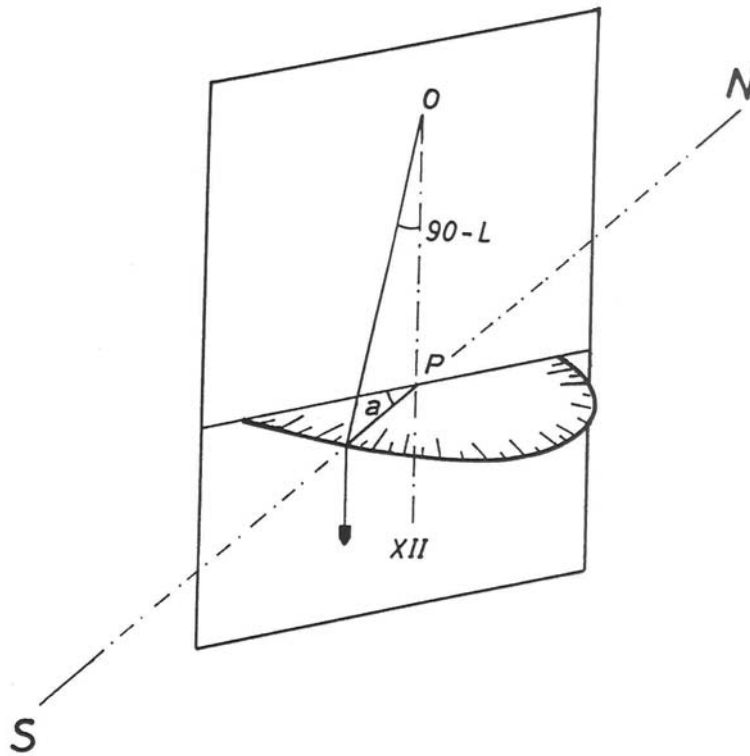


Fig.16 Determinació de l'azimut de la paret

Coneguts l'azimut de la paret i la posició de l'estilet ja podem obtenir les línies horàries.

A la figura 17 es representen els plans equatorials, horitzontal, vertical orientat, vertical declinant i les projeccions sobre cadascun d'ells de l'ombra corresponent a un angle horari H. Pel vertical declinant, la projecció és la línia OF que forma un angle "d" amb la línia de les 12 hores, OC.

L'expressió que dona l'angle d és la següent

$$\cotan d = (\sin a_p / \tan H \cdot \cos L) - (\tan L \cdot \cos a_p)$$

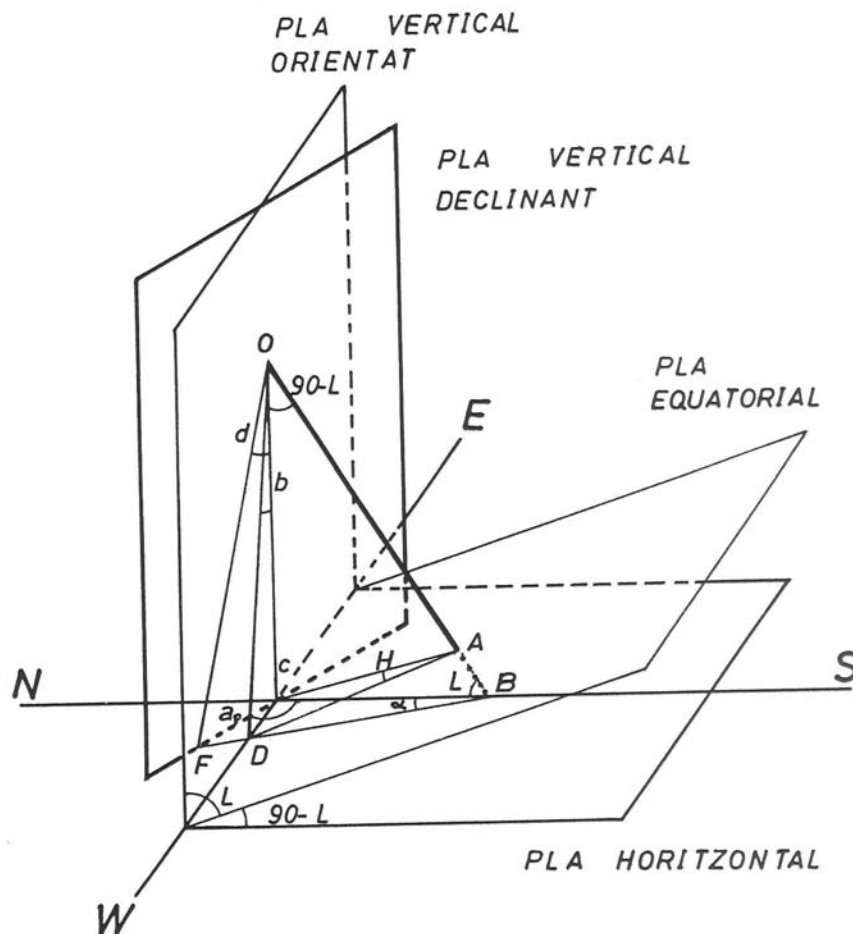


Fig.17 Traçat de les línies horàries en el quadrant vertical declinant

Per determinar les diferents línies horàries n'hi ha prou en substituir a_p per l'azimut de la paret, L per la latitud del lloc i variar H de 15° en 15° . Com exemple, el resultat per un azimut de la paret de 70° i una latitud de $41,5^\circ$ queda representat a la figura 18.

Les línies zodiacals es determinen de manera anàloga a les del quadrant vertical orientat amb l'única correcció que suposa l'azimut de la paret. En aquest cas, les coordenades de l'extrem de l'ombra C des del punt D de l'estilet són:

$$OM = (l \cdot \sin L) + (l \cdot \cos L \cdot \sin a_p \cdot \tan h / \sin (a_p - a))$$

$$MC = OM \cdot \tan d$$



Foto 11. Rel·lotge vertical declinant. IES del Vallès (Sabadell) (1989-1990)



Foto 12. Rel·lotge vertical declinant. IES del Vallès (Sabadell) (1989-1990)

Temps solar i temps oficial. Equació del temps.

A més a més de les línies horàries i zodiacals, en alguns rellotges es dibuixen altres línies corbes que assenyalen el temps civil.

A la primera part ja vam comentar que les línies horàries no marquen el temps oficial, sinó el temps solar vertader. Els rellotges mecànics i electrònics mantenen un ritme de variació constant prescindint dels fenòmens astronòmics; en canvi, la marxa del Sol no és regular, avançant o endarrerint el seu pas pel meridià segons l'època de l'any. En efecte, la velocitat de translació de la Terra al voltant del Sol no és constant donada l'excentricitat de la seva òrbita i, conseqüentment, no coincideixen les durades del dia solar i el dia civil.

Per tal d'evitar aquestes irregularitats, es va establir un temps solar mig, prescindint del moviment solar vertader. El temps civil ve donat en funció d'aquest temps solar mig. La diferència entre ambdós és l'anomenada equació del temps, $E = H_v - H_m$. Aquesta diferència varia al llarg de l'any sense superar mai els 16m 24s. A la figura 19 es representa aquesta variació. A l'eix horitzontal es llegeix el valor de l'equació del temps E per a cada dia. Sobre la corba, anomenada analema, ve assenyalat el primer i el quinzè dia de cada mes i en l'eix vertical es representa la declinació del Sol.

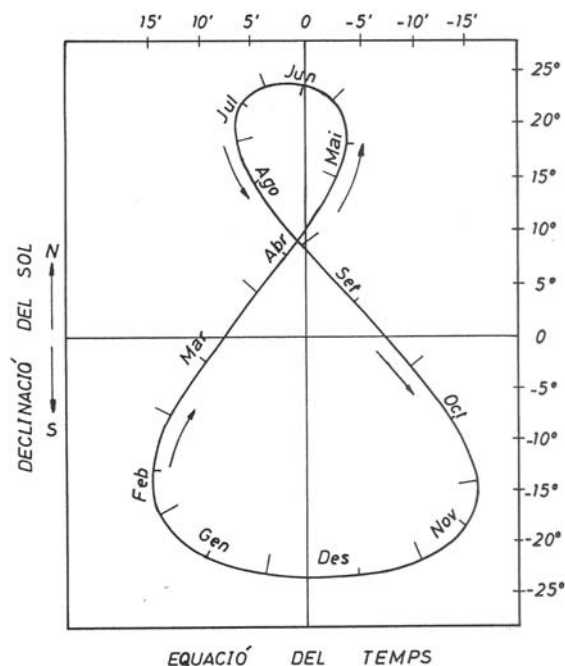


Fig.19 Equació del temps

Segons l'època de l'any, haurem de sumar o restar el valor d'E a l'hora solar vertadera per obtenir l'hora civil. Per llegir directament sobre el quadrant el temps civil, pot dibuixar-se la corba l'equació del temps sobre les línies horàries, com en els rellotges de les fotos 11 i 12.

Però no acaben aquí les diferències entre el temps que marca el quadrant i el temps oficial. Tant el temps solar vertader com el civil són propis del lloc i, en canvi, el nostre temps oficial unifica l'hora en zones geogràfiques relativament properes prenent com a referència un meridià determinat. Així per exemple, una bona part del continent europeu segueix la mateixa hora oficial.

Per tant, per obtenir l'hora oficial caldrà corregir l'hora civil mitjançant la diferència de longitud geogràfica entre el lloc on s'ubica el rellotge i el meridià de referència, que en el nostre cas és el de Greenwich. Una hora correspon a 15° i, per tant, a 1° de longitud li correspondrà 4 minuts. Per exemple, en un quadrant situat a Vilanova i la Geltrú, que està a una longitud de $1^\circ 43' E$, la diferència amb el meridià de referència és de 6m52s.

S'adopta com temps Universal, el corresponent al meridià de Greenwich, i es divideix la terra en fusos horaris de 15° centrats en el meridià de referència, que determina l'hora oficial en aquest fus. I, a més a més, a quasi tota Europa s'ha adoptat el conveni de sumar dues hores a la primavera i l'estiu i una hora a la tardor i l'hivern al temps universal per obtenir l'oficial.

En definitiva, per determinar el temps oficial a partir de les línies horàries de quadrant (temps solar vertader), caldrà efectuar les correccions corresponents a l'equació del temps, a la longitud del lloc i afegir dues hores a primavera-estiu i una a la tardor-hivern.

No hi ha dubte que l'exactitud dels rellotges de Sol és bastant limitada, i que actualment el seu ús és purament decoratiu i nostàlgic, però el seu estudi, disseny i construcció tenen un gran valor educatiu per tots els aprenentatges que s'han de fer en relació al moviment dels astres, geometria i matemàtiques.

La seva precisió no és molt bona, en efecte, però la majoria de les activitats de la nostra vida quasi sempre poden esperar uns minuts. (-)

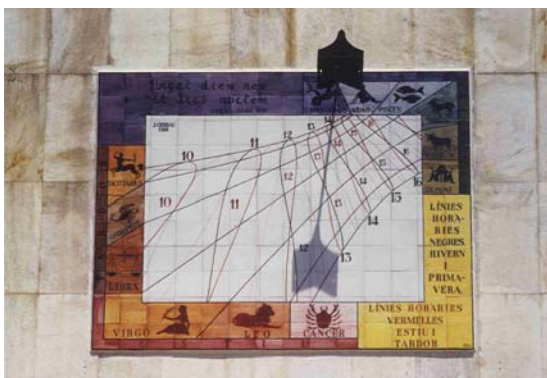


Foto 13. Facultat de Ciències (UAB)



Foto 14. Caldetes

En ambdós rellotges pot observar-se l'analema, corba que representa l'equació del tems.

Determinació de l'orto i l'ocàs solar

Podem determinar l'hora solar local de sortida i posta del Sol, és a dir l'hora de l'alba i de la solpostada per un dia determinat amb l'expressió:

$$\cos H = -\tan L \cdot \tan D$$

on H és l'angle horari, L la latitud i D la declinació del Sol el dia considerat.

A la taula següent es representen les hores locals solars vertaderes de l'orto i l'ocàs agrupades segons les dates d'igual declinació (aproximadament) i que corresponen les 7 línies zodiacals que hem representat anteriorment. Corresponen a una latitud de 41°33' (Sabadell).

Data aproximada	Línia zodiacal	Símbol	Declinació	Angle horari H	Orto	Ocàs
21 juny	Cancer	♋	$\delta = 23.5^\circ$	112°14'	4h 31m	19h 29m
21 juliol	Leo	♌	$\delta = 20^\circ$	108°28'	4h 46m	19h 14m
21 maig	Gemini	♊				
21 abril	Taurus	♉	$\delta = 11.5^\circ$	100°08'	5h 19m	18h 41m
21 agost	Virgo	♍				
21 setembre	Libra	♎	$\delta = 0^\circ$	90°	6h	18h
21 març	Aries	♈				
21 octubre	Scorpius	♏	$\delta = -11.5^\circ$	79°51'	6h 41m	17h 19m
21 febrer	Pisces	♐				
21 novembre	Sagittarius	♏	$\delta = -20^\circ$	71°31'	7h 14m	16h 46m
21 gener	Aquarius	♒				
21 desembre	Capricornius	♑	$\delta = -23.5^\circ$	67°45'	7h 29m	16h 31m

Bibliografia

No és fàcil trobar bibliografia sobre la construcció de rellotges de Sol. A les llibreries i a les biblioteques no sovintegen llibres que tractin de la història, tradició o art de construir quadrants solars. També són comptades les revistes que han publicat articles sobre aquest tema.

A continuació, es detalla una relació d'articles de revistes i llibres, alguns dels quals poden trobar-se, amb certa dificultat, a les botigues i, altres, exemplars únics i molt antics, que únicament poden consultar-se a la Biblioteca de Catalunya, i que relacionem aquí pel seu gran valor històric i /o artístic.

LLibres:

Alcaraz Mira, Enrique. "Relojes de Sol para casas de campo y jardines". Publicaciones del Ministerio de Agricultura 192. Madrid 1953.

Amades, Joan. "Els rellotges de Sol. Art popular". Arxiu de tradicions populars. Barcelona 1938.

Arfe y Villafañe, Juan de. "Varia Commesuración para la escultura y Architectura". Miguel Escribano. Madrid 1763.

Artissime. "Cadrans solaires". ACS: Bouchet. Nyons 1989.

Artissime. "17 cadrans solaires à découper à plier". Réalisation: Gerard Oudenot. L'edition du Lezard. St.-Jean-Pied-de-Port. 1996

Bertrán de Quintana, Miguel. "El Sol en la mano. Estudio de iluminación, orientaciones y relojes solares". Mexico 1937.

Camus, Georges - Gotteland, Andrée. "Cadrans solaires". CNRS Editions. Paris 1993.

Carvalho de Costa A. "Tratado compendioso deda fabrica e uzo dos relgios do sol". Lisboa 1678.

Clavius, Chistophorus. "Horologiorum hora descriptio". Aloysius Zanettus. Roma 1599.

Embacher, Franz. "Relojes de Sol. Teoría y construcción". Promotora general de estudios. Sevilla 1988.

Farré i Olivé, Eduard. (Guió, continguts i textos) "Temps i rellotges". Fundació Caixa de Pensions. Museu de la Ciència. Barcelona 1985

Farré i Olivé, Eduard - Segura i Capellades, Carme. "24 Rellotges i altres instruments per la mesura del temps". Col·lecció Instruments Guix. Editorial Graó. Barcelona 1989

Garnier, Enrico. "Gnomonica. Teoria e practica de 4 orologio solare". Ultrico Hoepli. Milano 1939.

Gregorio di San Francesco. "L'ombre illustrate o vero trattato di orologi a sole. Francesco Buagui. Roma 1715.

Grup Zero. "El dia i la nit. Observació i estudi del moviment dels astres". Editorial Serpa. Barcelona 1988.

Hilari d'Arenys de Mar. "La vida i el Sol". Ed. Franciscana. Barcelona 1959.

Jenkins, Gerald - Bear, Magdalen. "Sundials & Timedials". Tarquin Publications. Norfolk 1987.

Jones, Mablen - Adzema Robert. " The great sundials cutout book". Hawthorn Books, Inc. New York. 1976

López de Arenas, Diego. "Carpinteria de lo blanco y tratado de alarifes y relojes de Sol". Madrid 1633.

Martinelli de Spoleto. "Tratado de los relojes elementales". Madrid 1770.

Morató i Via, Salvador. "Els rellotges de Sol del Penedès". Museu de Vilafranca. 1993

Muhammad Ibn al Raqqam al-Andalusí. "Risala fi 'ilmal-zilal". (Estudios sobre el tratadode Gnomonica de Ibn al Raqqam). Edición, traducción y comentario de Joan Carandell. Universitat de Barcelona. Institut "Millás Vallicrosa" de Historia de la Ciencia árabe. Barcelona 1988.

Odoli da Urbino, Muzio. "De gli horologi solari". Venezia 1628.

Palau, Miquel. "Rellores de Sol. Història i l'art de construir-los". Ed. Millà. Barcelona 1977.

Scanavacca, Bartolomeu. "Novissima inventione per disegnare con grandissima facilità e prestezza horologi solari italiani, babilonici e francesi". Stamperia del Seminario. Padua 1688.

Soler Gayà, Rafael. "Diseño y construcción de relojes de Sol. Métodos gráficos y analíticos". Colegio de caminos, canales y puertos. Demarcación de Baleares. Colección de Ciencias, Humanidades e ingeniería, n.29. Turner Libros. Madrid 1989

Tosca, T.V. "Tratado de la Gnomónica y de la teorica y practica de los relojes de sol". Hermanos de Orga. Valencia 1794.

Tsilkiovski, J.M. "Estudio, diseño y construcción de relojes de Sol". Darhan 1997.

Unioni Astrofili Bresciani. Civici Musei di Scienze. Comune di Brescia. Assessorato alla Culura. "Annuario della Specola Cidnea per l'anno bisestile 1992". Brescia 1992

Villarroya Lahoz, Serafin. "Gnomonica. Arte de construir relojes de sol". Libreria Berguer. Madrid 1932.

Revistes:

Agrupació Astronòmica de Sabadell. "Rellores de Sol". Revista Astrum n.82. Setembre 1988.

Agrupació Astronòmica de Sabadell. "Societat catalana de gnomònica.". Revista Astrum n.85. Març 1989.

Farré i Olivé, Eduard. "El reloj de Sol analemático". Revista Astrum n.69. Juliol 1986.

Girbau, Joan. "Rellores de Sol". Facultat de Ciències. Universitat Autònoma de Barcelona. Novembre 1988.

Masalles Román, Josep. "Construcción de relojes de Sol (1ª parte)". Tribuna de Astronomía n.3. Febrer 1986.

Masalles Román, Josep. "Construcción de relojes de Sol (2ª parte)". Tribuna de Astronomía n.6. Maig 1986.

Masalles Román, Josep. "Stonehenge. Observatorio de piedra". Tribuna de Astronomía n.28. Març 1988.

Soler Gayà, Rafael. "El resurgir de los cuadrantes solares". Obra pública n.11. Primavera 1989.

Adreces web

Actualment es pot trobar molta informació a internet en relació a l'estudi, disseny i construcció de rellotges de Sol. A continuació, assenyalen algunes adreces que poden ajudar a trobar informació interessant. També utilitzant algun cercador com el google amb paraules clau com Rellotges de Sol, Gnomònica, Sundials, Cadrans solaires o altres relacionades, podem trobar infinitat d'adreces web amb explicacions, fotografies, programes de càlcul, disseny, història, etc.

<http://www.rellotgedesol.org>

<http://www.gnomonica.org>

<http://www.sundials.co.uk/>

<http://sundials.org/>

<http://www.cpcug.org/user/jaubert/jsundial.html>

<http://kids.msfc.nasa.gov/Earth/Sundials/Sundials.asp>

<http://www.infraroth.de/slinks.html>

<http://www.analemma.com/>

<http://www.cadrans-solaires.org>

<http://web.fc-net.fr/frb/sundials/gb/default.htm>

<http://www.upmf-grenoble.fr/~aguada/cadsol/cadsol.htm>

<http://www.iap.fr/saf/comcadra.htm>

<http://www.britannica.com/clockworks/>

<http://www.cityline.it/cult/gnomonica.htm>

http://www.cityline.it/cult/risul_shadows.htm

<http://digilander.libero.it/McArdal/Bollettindici.htm>

<http://www.gencat.es/entitats/gnomo.htm>

<http://infomet.fcr.es/ao/rellsol.html>

http://www.uv.es/metode/numero26/7_26.html

http://perso.wanadoo.es/ecarcole/Rellotge_de_Sol/

<http://perso.wanadoo.es/ecarcole/ciencia.html>

<http://es.geocities.com/soliombra/biblioteca.htm>

http://www.cult.gva.es/dgoiepl/AREA_EDUCACION/FORMACION_DEL_PROFESORADO/sfp2002/sfp_2paf/paf_4_accions_singulares/paf_7_accions_especificues/JORNADAS_MATEM%C3%81TICAS/talleres/3.pdf

<http://www.rog.nmm.ac.uk/leaflets/equation/equation.html#Anchor2>

<http://ecco.bsee.swin.edu.au/chronos/sundial.html>

<http://www.napora.hu/>

<http://home.iae.nl/users/ferdv/compute.htm>